

Vēlreiz par matemātikas eksāmena
programmu un indikatoriem

jeb

kā veidojas matemātikas eksāmena saturs

3.daļa

No matemātikas eksāmena programmas, 3.daļa

Uzd.	Pārbaudāmo prasmju raksturojums	Standartā noteiktās pamatprasības
1.	Lieto pētnieciskās prasmes jaunā situācijā, kuras matemātiskais saturs ir vienkāršs	7.1.- 7.7.
2.	Izvērtē apgalvojuma patiesumu un/vai lieto dažādus pierādījuma veidus	7.6.; 6.1. - 6.12.
3.	Analizē un sintezē matemātiskus modeļus	7.3.; 7.4.; 6.1. - 6.12

3.daļas uzdevumi pa soļiem

	1. 5 p.	2. 5 p.	3. 5 p.
Vid. gr. pakāpe	0.08	0.10	0.08
0 punkti	86%	78%	79%
1 punkti	5%	10%	10%
2 punkti	2%	3%	4%
3 punkti	1%	3%	3%
4 punkti	2%	2%	3%
5 punkti	4%	4%	1%

2011.

Uzd.	Pārbaudāmo prasmi raksturojums	Standartā noteiktās pamatprasības
1.	Lieto pētnieciskās prasmes jaunā situācijā, kuras matemātiskais saturs ir vienkāršs	7.1.- 7.7.
2.	Izvērtē apgalvojuma patiesumu un/vai lieto dažādus pierādījuma veidus	7.6.; 6.1. - 6.12.
3.	Analizē un sintezē matemātiskus modeļus	7.3.; 7.4.; 6.1. - 6.12

1. Vai jebkuru - a) vienādmalu trijstūri, b) vienādsānu trijstūri - ar vienu taisnu griezienu var sadalīt divās figūrās – trijstūrī un četrstūrī, kuru perimetri ir vienādi? Savus spriedumus pamato! (7 punkti)

2012.

3.uzdevums (5 punkti).

Dots, ka a un b ir reāli skaitļi, turklāt $0 < a < 1$ un $b > 1$. Skaitļus $a + b$; $a - b$; $a \cdot b$; $a : b$ sakārto augošā secībā. Savus spriedumus pamato.

2013.

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!

No matemātikas eksāmena programmas: Lieto pētnieciskās prasmes jaunā situācijā, kuras matemātiskais saturs ir vienkāršs.

2011. vidējais rez. - 0,07

1. Vai jebkuru - a) vienādmalu trijstūri, b) vienādsānu trijstūri - ar vienu taisnu griezienu var sadalīt divās figūrās – trijstūrī un četrstūrī, kuru perimetri ir vienādi? Savus spriedumus pamato! (7 punkti)

2012. vidējais rez. - 0,17

3.uzdevums (5 punkti).

Dots, ka a un b ir reāli skaitļi, turklāt $0 < a < 1$ un $b > 1$. Skaitļus $a + b$; $a - b$; $a \cdot b$; $a : b$ sakārto augošā secībā. Savus spriedumus pamato.

2013. vidējais rez. - 0,08

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!

No matemātikas eksāmena programmas: Lieto pētnieciskās prasmes jaunā situācijā, kuras matemātiskais saturs ir vienkāršs.

2012. vidējais rez. - 0,17

3.uzdevums (5 punkti).

Dots, ka a un b ir reāli skaitļi, turklāt $0 < a < 1$ un $b > 1$. Skaitļus $a + b$; $a - b$; $a \cdot b$; $a : b$ sakārto augošā secībā. Savus spriedumus pamato.

0 p.	46%
1 p.	30%
2 p.	14%
3 p.	7%
4 p.	2%
5 p.	1%

2013. vidējais rez. - 0,08

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!

0 p.	86%
1 p.	5%
2 p.	2%
3 p.	1%
4 p.	2%
5 p.	4%

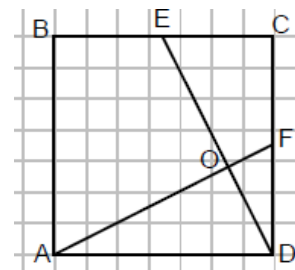
2012.

Uzd.	Pārbaudāmo prasmju raksturojums	Standartā noteiktās pamatprasības
1.	Lieto pētnieciskās prasmes jaunā situācijā, kuras matemātiskais saturs ir vienkāršs	7.1.- 7.7.
2.	Izvērtē apgalvojuma patiesumu un/vai lieto dažādus pierādījuma veidus	7.6.; 6.1. - 6.12.
3.	Analizē un sintezē matemātiskus modeļus	7.3.; 7.4.; 6.1. - 6.12

2.uzdevums (5 punkti).

Punkti E un F ir kvadrāta ABCD malu BC un CD viduspunkti (sk. zīm.). Pierādi, ka:

- trijstūri AFD un DEC ir vienādi,
- nogriežņi AF un DE ir perpendikulāri savā starpā,
- $AO = 2 \cdot OD$ (O – AF un DE krustpunkts).

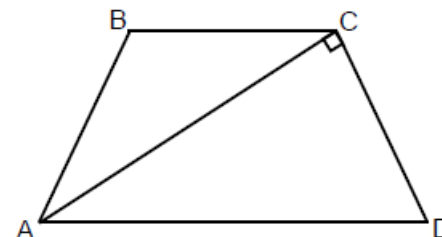


2013.

2. uzdevums (5 punkti).

Dota vienādsānu trapecē ABCD. Trapeces diagonāle AC ir leņķa BAD bisektrise un AC ir perpendikulāra sānu malai CD (skat. att.). Pierādi, ka

- trijstūris ABC ir vienādsānu,
- $AD = 2 \cdot CD$,
- trijstūra ACD laukums ir 2 reizes lielāks nekā trijstūra ABC laukums.



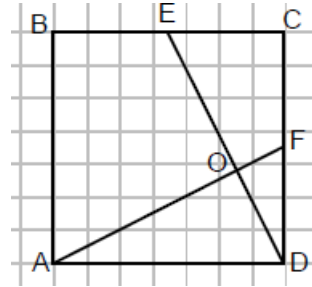
No matemātikas eksāmena programmas: Izvērtē apgalvojuma patiesumu un/vai lieto dažādus pierādījuma veidus

2012. vidējais rez. - 0,10

2. uzdevums (5 punkti).

Punkti E un F ir kvadrāta ABCD malu BC un CD viduspunkti (sk. zīm.). Pierādi, ka:

- a) trijstūri AFD un DEC ir vienādi,
- b) nogriežņi AF un DE ir perpendikulāri savā starpā,
- c) $AO = 2 \cdot OD$ (O – AF un DE krustpunkts).



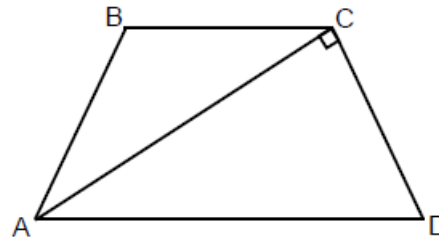
0 p.	62%
1 p.	28%
2 p.	4%
3 p.	2%
4 p.	2%
5 p.	2%

2013. vidējais rez. - 0,10

2. uzdevums (5 punkti).

Dota vienādsānu trapece ABCD. Trapeces diagonāle AC ir leņķa BAD bisektrise un AC ir perpendikulāra sānu malai CD (skat. att.). Pierādi, ka

- a) trijstūris ABC ir vienādsānu,
- b) $AD = 2 \cdot CD$,
- b) trijstūra ACD laukums ir 2 reizes lielāks nekā trijstūra ABC laukums.



0 p.	78%
1 p.	10%
2 p.	3%
3 p.	3%
4 p.	2%
5 p.	4%

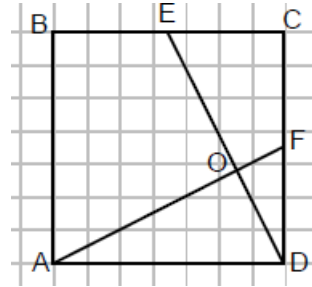
No matemātikas eksāmena programmas: Izvērtē apgalvojuma patiesumu un/vai lieto dažādus pierādījuma veidus

2012. vidējais rez. - 0,10

2. uzdevums (5 punkti).

Punkti E un F ir kvadrāta ABCD malu BC un CD viduspunkti (sk. zīm.). Pierādi, ka:

- a) trijstūri AFD un DEC ir vienādi,
- b) nogriežņi AF un DE ir perpendikulāri savā starpā,
- c) $AO = 2 \cdot OD$ (O – AF un DE krustpunkts).



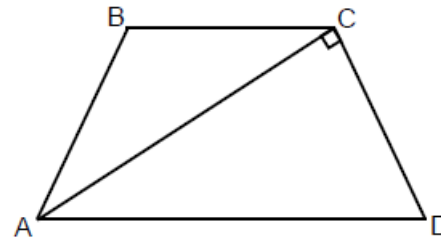
0 p.	62%
1 p.	28%
2 p.	4%
3 p.	2%
4 p.	2%
5 p.	2%

2013. vidējais rez. - 0,10

2. uzdevums (5 punkti).

Dota vienādsānu trapece ABCD. Trapeces diagonāle AC ir leņķa BAD bisektrise un AC ir perpendikulāra sānu malai CD (skat. att.). Pierādi, ka

- a) trijstūris ABC ir vienādsānu,
- b) $AD = 2 \cdot CD$,
- b) trijstūra ACD laukums ir 2 reizes lielāks nekā trijstūra ABC laukums.



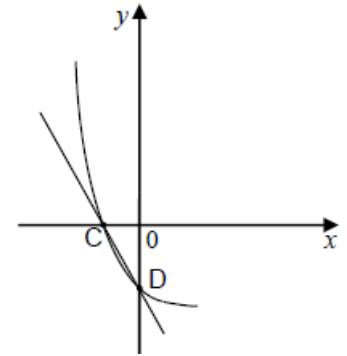
0 p.	78%
1 p.	10%
2 p.	3%
3 p.	3%
4 p.	2%
5 p.	4%

Uzd.	Pārbaudāmo prasmju raksturojums	Standartā noteiktās pamatprasības
1.	Lieto pētnieciskās prasmes jaunā situācijā, kuras matemātiskais saturs ir vienkāršs	7.1.- 7.7.
2.	Izvērtē apgalvojuma patiesumu un/vai lieto dažādus pierādījuma veidus	7.6.; 6.1. - 6.12.
3.	Analizē un sintezē matemātiskus modeļus	7.3.; 7.4.; 6.1. - 6.12

2012.

1. uzdevums (5 punkti).

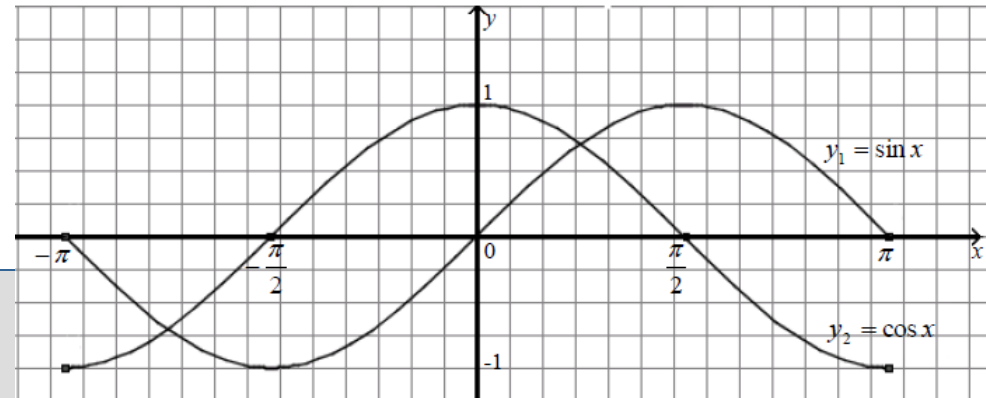
Lineāras funkcijas $y = -2x - 2$ un eksponentfunkcijas $y = a^x + b$ grafiki krusto koordinātu asis punktos C un D (sk. zīm.). Aprēķini a un b skaitliskās vērtības.



2013.

3. uzdevums (5 punkti).

Funkcijas $y_1 = \sin x$, $y_2 = \cos x$, $y_3 = \sin x \cdot \cos x$ definētas intervālā $x \in [-\pi; \pi]$. Funkciju y_1 un y_2 grafiki ir doti (sk. att.). Funkcijai $y_3 = \sin x \cdot \cos x$ nosaki a) funkcijas nulles, b) intervālus, kuros funkcijas vērtības ir pozitīvas, c) vērtību apgabalu. Uzzīmē funkcijas $y_3 = \sin x \cdot \cos x$ grafiku dotajā koordinātu plaknē.

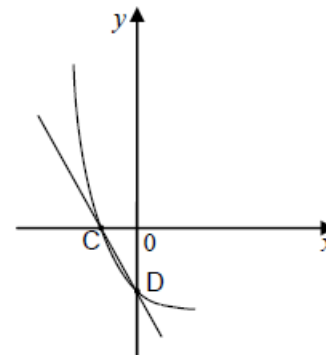


No matemātikas eksāmena programmas: Analizē un sintezē matemātiskus modeļus.

2012. vidējais rez. - 0,27

1. uzdevums (5 punkti).

Lineāras funkcijas $y = -2x - 2$ un eksponentfunkcijas $y = a^x + b$ grafiki krusto koordinātu asis punktos C un D (sk. zīm.). Aprēķini a un b skaitliskās vērtības.

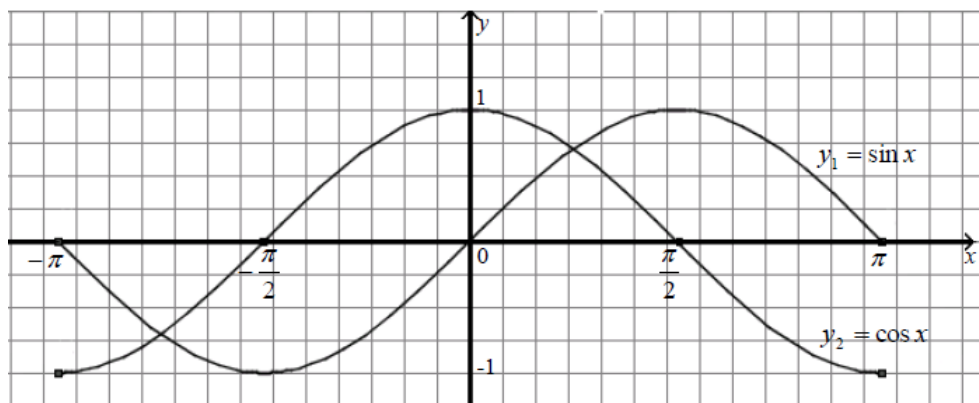


0 p.	54%
1 p.	15%
2 p.	5%
3 p.	5%
4 p.	5%
5 p.	16%

2013. vidējais rez. - 0,08

3. uzdevums (5 punkti).

Funkcijas $y_1 = \sin x$, $y_2 = \cos x$, $y_3 = \sin x \cdot \cos x$ definētas intervālā $x \in [-\pi; \pi]$. Funkciju y_1 un y_2 grafiki ir doti (sk. att.). Funkcijai $y_3 = \sin x \cdot \cos x$ nosaki a) funkcijas nulles, b) intervālus, kuros funkcijas vērtības ir pozitīvas, c) vērtību apgabalu. Uzzīmē funkcijas $y_3 = \sin x \cdot \cos x$ grafiku dotajā koordinātu plaknē.



0 p.	79%
1 p.	10%
2 p.	4%
3 p.	3%
4 p.	3%
5 p.	1%

Skolēnu sniegums 3.daļas uzdevumos

Skolēnu lietotās metodes/paņēmiņi

3.daļas 1.uzdevumā.

1. uzdevums (5 punkti).

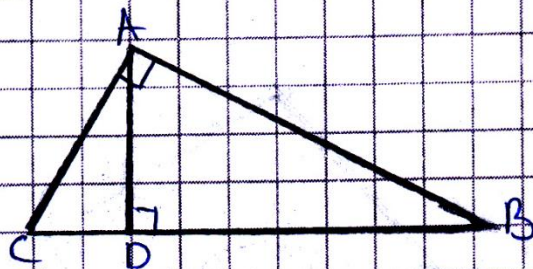
Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!

- Konkrēti mēģinājumi; rezultāti, kas netiek pamatoti.
- Konkrēti mēģinājumi; rezultāti, kas tiek pamatoti.
- Situācijas algebriskā modeļa (vienādojumu vai to sistēmu) izveide.
- Situācijas ģeometriskā modeļa (piemēram, ievilkta taisnleņķa trijstūra) īpašību lietošana.
- Ekstremālā elementa metode (piemēram, trijstūris ar lielāko laukumu).

1. uzdevums (5 punkti).

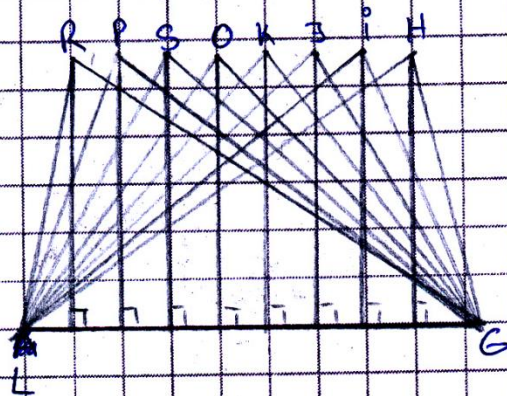
Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!

a)



$\triangle ABC$ - taisnleņķa trijstūris
 AD - augstums pret malu $CB = 2\text{ cm}$
 CB - hipotenūza = 5 cm
 $\angle CAB = 90^\circ$

b) Šāds taisnleņķa trijstūris neeksistē

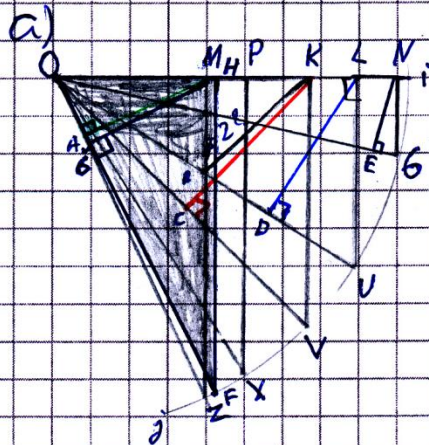


Kā redzams zīmējumā, tad nevienā no gadījumiem neizveidojas taisns leņķis pret malu LG

Prognozētais sniegums no skolēna ar zemu vai vidēju matemātisko spēju līmeni

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!



Ekzistē tikai taisnleņķa Δ , kura hipotenūza ir 5 cm un augstums 2 cm.

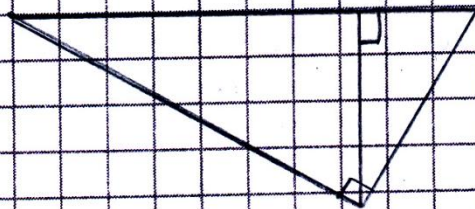
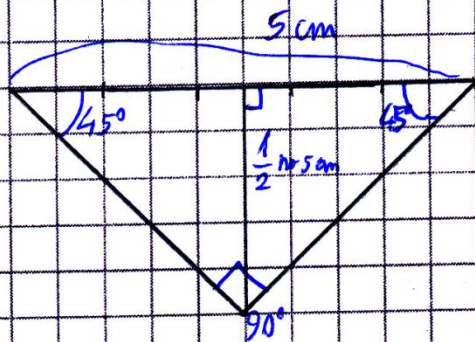
Es par to rīķcināju, atbilst punktu O un novēlāt taisni Oi , uz kuras atrodas taisnleņķa Δ otra katete. Tad es novēlēju līniju ij , kas atbilst 5 cm hipotenūzas beigām dotā Δ līnijas. Tad es veidoju taisnleņķa Δ un mēģinu to augstumu pret hipotenūzu.

Secināju, ka vislielākais augstums ir taisnleņķa Δ ar vienādam kateti, ^(DOUK) kura otra katete ir 2,6 cm. Tādā gadījumā augstums nav iespējams.

Taisnleņķa Δ ar augstumu 2 ir ΔOHF un augstums $HG = 2$ cm.

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!



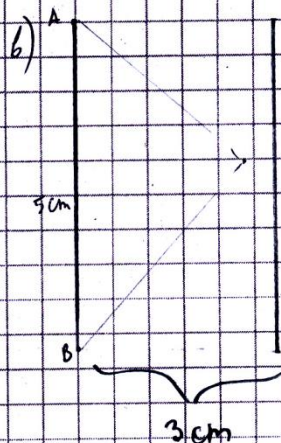
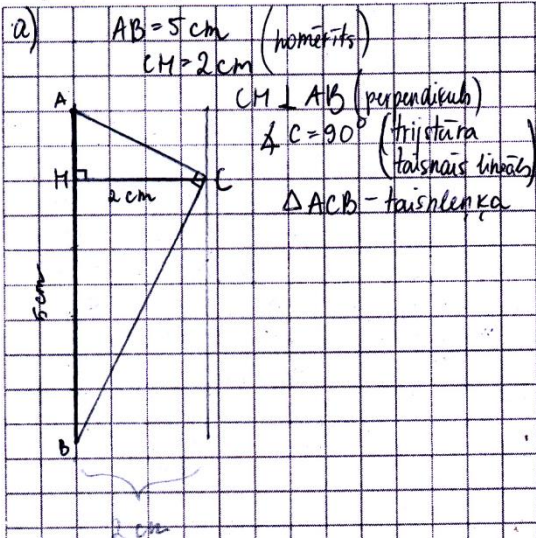
a) Ja, eksistē,
jo taisnleņķa trijstūrim
var iegūt jebkādu augstumu pret
hipotenūzu, tikai tad, ja tas nepārsniedz $\frac{1}{2}$ no ~~5~~ hipotenūzas garuma.

b) Nē, neeksistē, jo augstuma pret hipotenūzu garums, 3 cm, ir
~~var~~ lielāks par $\frac{1}{2}$ no hipotenūzas garuma, ~~kas~~ šajā gadījumā
5 cm. $\frac{1}{2}$ no hipotenūzas ir šī augstuma maksimālais
iespējamais garums, jo, kad pārējie abi leņķi ir 45° platumā,
pieņemot, ka hipotenūza ir pamats, tad virsotne atrodas vistālāk
no tā.

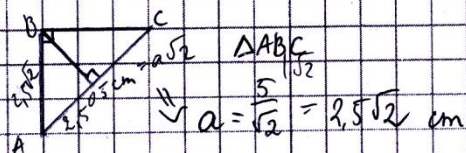
1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!

Arūtiņas nav 1 cm!



A: Nav iespējams atrast taisnleņķa trijstūri, kuram hipotenūza ir 5 cm un augstums pret to ir 3 cm, jo:



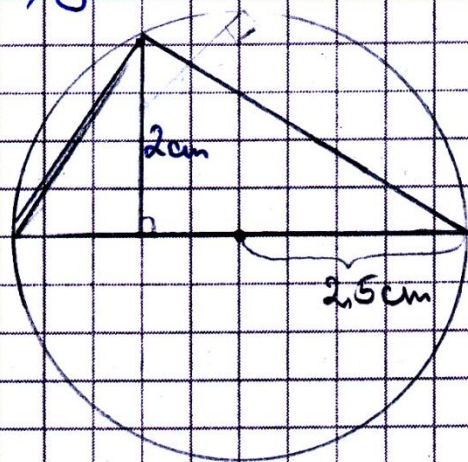
$\triangle BOA$; BO = augstums pret hipotenūzu
 $BO = 2,5 \text{ cm}$

Garākais augstums, kas novilkts pret hipotenūzu (5 cm) var būt 2,5 cm gara, kas ir mazāks par 3 cm.

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!

a) eksistē, jo 2 cm ir mazāks nekā 2,5 cm, kas ir maksimāli pieļaujamais augstums.



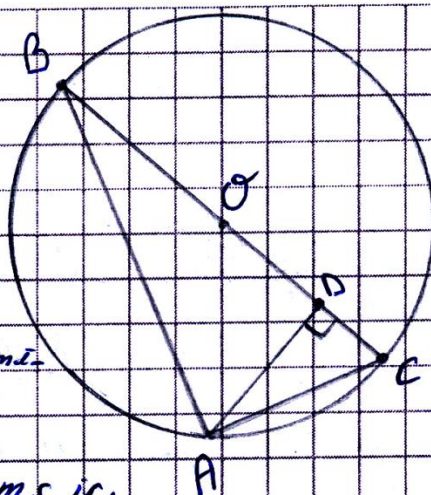
b) neeksistē, jo taisnleņķa trijstūri var ievilkst riņķī un hipotenūza ir riņķa diametrs. 3 cm nevar būt augstums, jo riņķa rādiuss ir 2,5 cm. 2,5 cm ir maksimāli pieļaujamais augstums.

1. uzdevums (5 punkti).

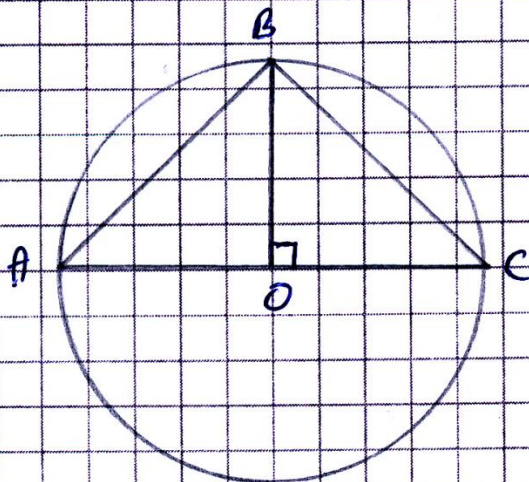
Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!

a)

Taisnleņķa Δ
hipotenūza ir diametrs,
šajā gadījumā 5 cm,
un Δ virsotne atrodas
uz riņķa līnijas, uzzīmē
jā šādu Δ ir iespējams
novēlēt augstumu pret
hipotenūzu, kuras garums ir,
šajā gadījumā $AD = 2$ cm.



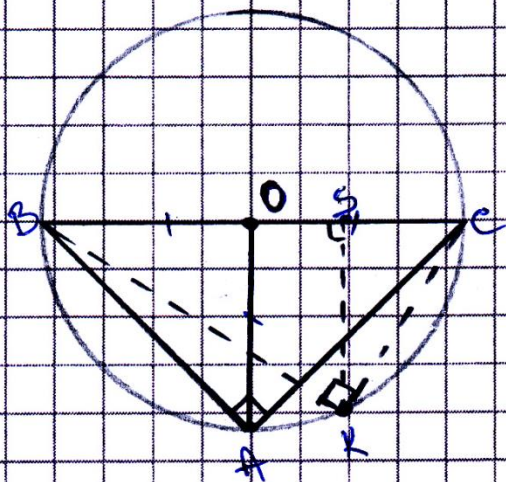
b)



Ja hipotenūzas garums ir 5 cm,
tad taisnleņķa Δ augstums, kura
garums ir 3 cm nav iespējams
novēlēt, jo garākais iespējamais
augstums ir puse no hipotenūzas,
t.i. 2,5 cm.

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!



$$\begin{aligned} SK &= 2 \text{ cm} \\ BC &= 5 \text{ cm} \\ OA &= 2.5 \text{ cm} \end{aligned}$$

b) $AO_{\max} = \frac{BC}{2}$ (kā r. l. radius)

Augstums, kas novilkts pret hipotenūzu, nevar būt lielāks par 2.5 cm dotajā gadījumā!

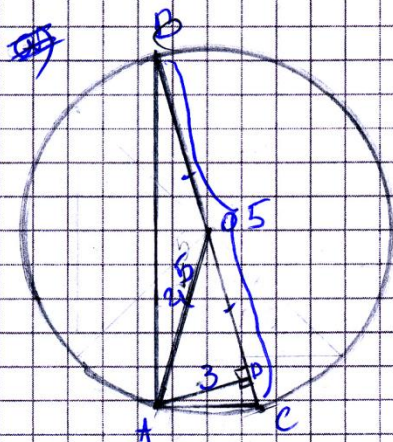
tapēc b) varianta trijstūris neeksistē.

a) trijstūris eksistē un to var konstruēt, atbilstot perpendikulu no r. l. pret ~~r. l.~~ diametru 2 cm garumā, ja diametrs ir 5 cm.

$\triangle BKC$ ir uzdevuma nosacījumiem atbilstošais trijstūris.

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!



b) ~~1)~~ $BC = 5 \text{ cm}$ - hipotenūze -
 $(O; OB)$ - diametrs $\Rightarrow$
 $R(O; OB) = 2,5 \text{ cm}$.

2) Izskaņim $\triangle ADO$

AD - augstums pret BC .

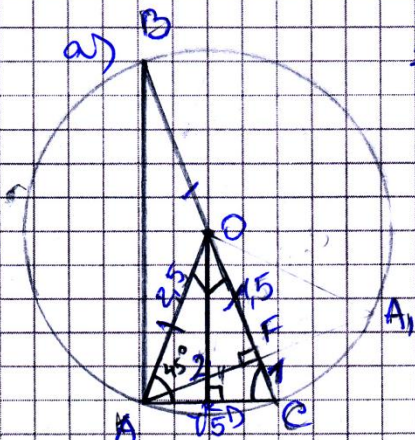
AO - hipotenūze

$AD < 2,5 \text{ cm}$ pēc taisnleņķa trijstūra skaidrojuma,
 $3 \text{ cm} < 2,5 \text{ cm}$ jo tā ir katete.

nav jālieto, tā kā

* 3. Bet tad $\triangle AFO$ ir
 divi taisni leņķi un tā
 nerad būt, tā tad
~~neeksistē~~ taisnleņķa $\triangle$ ar
 augstumu (2 cm) pret hipotenūzu
neeksistē.

taisnleņķa trijstūris ar
 augstumu, kas novilkta pret
 hipotenūzi un ir 3 cm gara
neeksistē.



~~1) Izskaņim $\triangle AFO$ ar OF - augstumu~~
~~(pret BC) $\triangle AFO$~~

1) Izskaņim $\triangle AFO$

1. $\triangle AFO$ - Egiptiņu $\Rightarrow$

$OF = 1,5 \text{ cm} \Rightarrow$

2. $FC = OC - OF = 1 \text{ cm}$.

2) Izskaņim $\triangle AFC$

1. $AC = \sqrt{5}$ pēc Pitagora teorēmas.

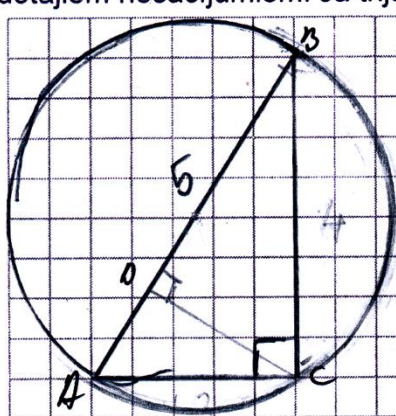
3) Izskaņim $\triangle AOD$

1. $OD \perp AC$ - augstums.

$OD = \sqrt{2,5^2 - 1,5^2} = \sqrt{1} = 1 \text{ cm}$

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!

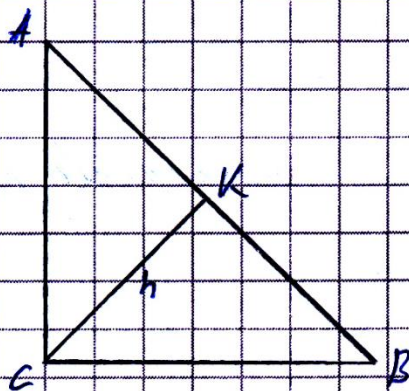


ABC - taisnleņķa ~~piemē~~ trijstūris
~~pa Pitagora trijstūra malu attiecībām,~~
~~ja hipotenūza ir 5, tad perpend~~
~~kārtas ir 3 un 4.~~

Taisnleņķa trijstūrī hipotenūza
ir arī apvilktais riņķa līnijas diametrs, tātad
augstums pret hipotenūzu ir apvilktais riņķa līnijas
puschordas. Ja puschorāla ir 2 cm, tad rādijs ir 4 cm un
tādu trijstūri ir iespējams uzzīmēt, jo hordas garums
ir mazāks par diametru, turpām 3 cm puschorāla veido
6 cm garu hordu, kas ir lielāka par apvilktais riņķa
līnijas diametru, tātad tādu trijstūri nevar
uzzīmēt.

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!



$$a) CK = h \quad AB = 5 \text{ cm}$$

Ja $AC = CB$, tad h būs maksimāla garums.

~~AC = CB~~

$$h^2 = a_c \cdot b_c = 2,5 \cdot 2,5$$

$$h^2 = 6,25$$

$$h = \sqrt{6,25} = 2,5 - \text{maksimāla } h \text{ km var būt, t.}$$

Ja mēs mainām AC un CB , ($\angle ACB = 90^\circ$) tad $h < 2,5 \Rightarrow$

$\Rightarrow h \in (0; 2,5] \Rightarrow 2 \text{ cm var būt, ja } h \in (0; 2,5)$, bet 3 cm

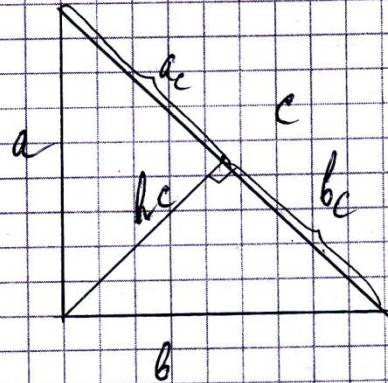
nevar būt, ja $h \notin (0; 2,5)$

Atb. a) ^(eksistē) var būt, b) nevar būt (ne eksistē)

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!

a) Hipotenūzas garums - 5 cm
augstuma garums, kas novilkts pret hipotenūzu - 2 cm



$$c = 5 \text{ cm}$$

$$h_c = 2 \text{ cm}$$

$$h_c^2 = a_c \cdot b_c$$

$$4 = a_c \cdot b_c$$

Tas ir iespējams, ja $a_c = 1$
 $b_c = 4$

$$\text{Ja } a_c = 1, \text{ tad } a^2 = 1 \cdot 5 = 5$$

$$a = \sqrt{5}$$

$$b^2 = b_c \cdot c = 4 \cdot 5 = 20$$

$$b = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Pēc Pitagora teorēmas $c^2 = a^2 + b^2$

$$25 = 5 + 20 = 25$$

Tāds trijstūris eksistē

b) $c = 5 \text{ cm}$
 $h_c = 3 \text{ cm}$

$$h_c^2 = a_c \cdot b_c$$

$$9 = a_c \cdot b_c$$

Tas ir iespējams, ja $a_c = 3$ un $b_c = 3$, vai
 $a_c = 1$ un $b_c = 9$, bet

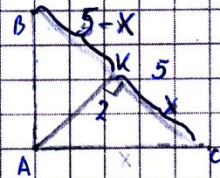
tas nav iespējams jo $3+3 \neq 5$ un $1+9 \neq 5$.

Tāds trijstūris neeksistē

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!

a)



$$\begin{aligned} AK &= KC = x \\ BK &= x - 5 \end{aligned}$$

$$1. h_c^2 = a_c \cdot b_c$$

$$4 = (x-5)x$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

Pēc Vieta teorēmas

$$x_1 = 4 \text{ (cm)}$$

$$x_2 = -1 \text{ (nedr)}$$

$$2. \text{ Ja } x = 4, \text{ tad } KC = 4 \text{ (cm) un } BK = 1 \text{ (cm)}$$

Ar trijstūriem BKA un AKC - taisnleņķa. (pēc Pitagora teorēmas) AC

$$AC = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} \text{ (cm)}$$

$$AB = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} \text{ (cm)}$$

3. Trijstūris ABC - taisnleņķa.
Pēc Pitagora teorēmas.

$$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{20+5} = \sqrt{25} = 5 \text{ (cm)} - \text{der.}$$

Δ eksistē

(eksistē)

b)

$$1. g = a_c \cdot b_c$$

$$9 = (x-5)x$$

$$x^2 - 5x - 9 = 0$$

$$D = 25 + 36 = 61$$

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{61}}{2} \text{ (cm)}$$

$$x_2 = \frac{5 - \sqrt{61}}{2} - \text{nedr, jo } < 0$$

$$AC = \sqrt{54}$$

$$2. b^2 = 4ac$$

$$2. KC = \frac{5 + \sqrt{61}}{2} \text{ (cm) un } BK = 5 - \frac{5 + \sqrt{61}}{2} \text{ (cm)}$$

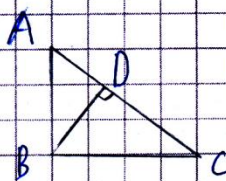
$$\text{Ja, un } \frac{5 + \sqrt{61}}{2} > 5, \text{ tad } 5 + \sqrt{61} > 10$$

un daļot ar 2 būs lielāks par 5.

Tas nozīmē, ka $BK < 0$, bet tas ir neiespējami.

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!



$$2S = AC \cdot BD = AB \cdot BC$$

$$AC = 5 \text{ cm}$$

$$a) BD = 2 \text{ cm}$$

$$b) BD = 3 \text{ cm}$$

$$\begin{cases} AC \cdot BD = AB \cdot BC \\ AC^2 = AB^2 + BC^2 \end{cases}$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

a)

$$AB \cdot BC = 10$$

$$AB = a$$

$$BC = b$$

$$AC = c$$

$$BD = h$$

$$AB = \frac{10}{BC} \Rightarrow a = \frac{10}{b}$$

$$AB^2 + BC^2 = 25$$

$$\frac{100}{b^2} + b^2 = 25$$

$$b^4 - 25b^2 + 100 = 0 \quad | b^2 = t$$

$$t^2 - 25t + 100 = 0$$

$$D = 625 - 400 = 225$$

$$t_1 = \frac{25 + 15}{2} = 20$$

$$t_2 = \frac{25 - 15}{2} = 5$$

$$b^2 = 20$$

$$b^2 = 5$$

$$b = 2\sqrt{5}$$

$$b = \sqrt{5}$$

$$(2\sqrt{5} \text{ nedr.})$$

$$(1\sqrt{5} \text{ nedr.})$$

$$a_1 = \sqrt{5}$$

$$a_2 = 2\sqrt{5}$$

trijstūris eksistē

$$b) \begin{cases} ab = 15 \\ a^2 + b^2 = 25 \end{cases} \quad a = \frac{15}{b}$$

$$\frac{225}{b^2} + b^2 = 25$$

$$b^4 - 25b^2 + 225 = 0$$

$$D = 625 - 4 \cdot 225 < 0$$

$$\Rightarrow \text{nekas nav}$$

$$b \in \emptyset$$

$$a \in \emptyset$$

trijstūris neeksistē

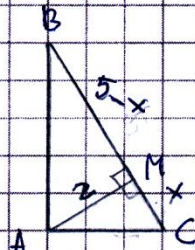
Atb.: a) jā

b) nē

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!

a)



Skatās atsevišķi uz trijstūriem ABM un AMC.
Aprēķina to hipotenūzas. Tad no
šīm malām izsaka lielājo trijstūrī
x.

$$1) AB^2 = BM^2 + AM^2$$

$$AB^2 = (5-x)^2 + 2^2$$

$$AB^2 = 25 - 10x + x^2 + 4$$

$$AB^2 = x^2 - 10x + 29$$

4) Tātad, ja BM=4 un MC=1,
vai BM=1 un MC=4, tad šāda
trijstūra augstums var būt
2 cm

$$2) ~~AB^2~~ AC^2 = MC^2 + AM^2$$

$$AC^2 = x^2 + 4$$

$$3) BC^2 = AC^2 + AB^2$$

$$25 = 4 + x^2 + 29 - 10x + x^2$$

$$2x^2 - 10x + 8 = 0 \quad | :2$$

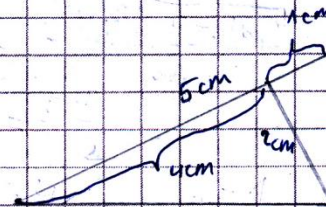
$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 5$$

$$x_1 \cdot x_2 = 4$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 1$$



b) 1) $AB^2 = BM^2 + AM^2$

$$AB^2 = (5-x)^2 + 9$$

$$AB^2 = 34 + x^2 - 10x$$

$$2) AC^2 = MC^2 + AM^2$$

$$AC^2 = x^2 + 9$$

$$3) BC^2 = AC^2 + AB^2$$

$$25 = x^2 + 9 + x^2 + x^2 - 10x + 34$$

$$0 = 3x^2 - 10x + 18$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 216}}{20}$$

4) * Secinu, ka šāds trijstūris nepastāv,
jo nevar iespējams aprēķināt
uzaugstumsu no negatīva
skaitļa.

• nevar izvēlēties
uzaugstumsu no
negatīva skaitļa.

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!

$BC = c$
 $BN = b_c$
 $MC = a_c$

Dots: $\triangle ABC$; $\angle A = 90^\circ$
 $BC = 5 \text{ cm}$
 $AN = a$) 2 cm
 8) 3 cm

Risinājums:

$$c^2 = b^2 + a^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (\text{no teoremas Pitagora})$$

$$a_c^2 = a^2 - h^2 \quad h_c^2 = a^2 - a_c^2$$

$$b_c^2 = b^2 - h^2 \quad h_c^2 = b^2 - b_c^2 \Rightarrow a^2 - a_c^2 = b^2 - b_c^2$$

$$a^2 = h_c^2 + a_c^2 \quad b^2 = h_c^2 + b_c^2$$

$$c^2 = \frac{1}{2}h_c^2 + a_c^2 + b_c^2$$

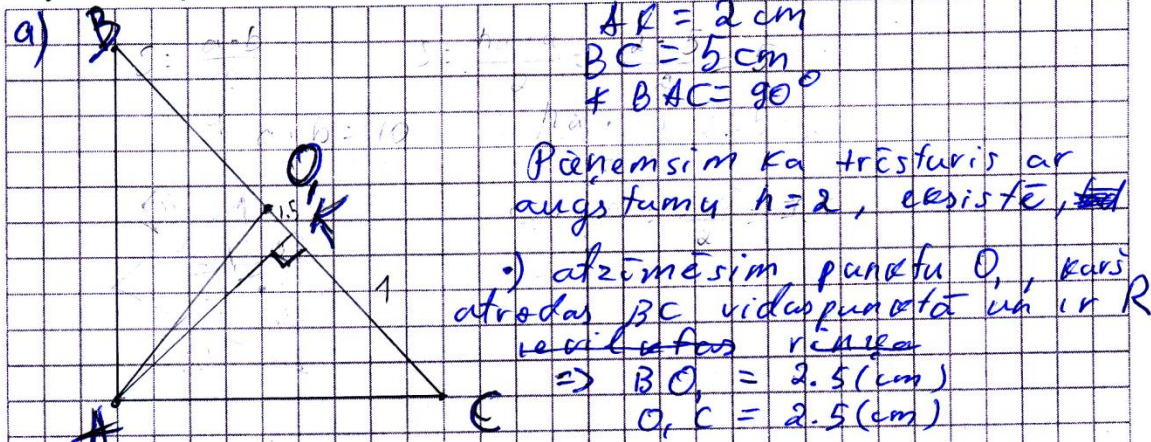
a) $25 = 8 + a_c^2 + b_c^2$
 $a_c^2 + b_c^2 = 17$
 $a_c^2 + (5 - a_c)^2 = 17$
 $25 - 10a_c + a_c^2 = 17$
 $2a_c^2 - 10a_c + 8 = 0$
 $D = 100 - 64 = 36 = 6^2$
 $a_{c1} = \frac{10 \pm 6}{4} = 4 \Rightarrow b_c = 1$
 $a_{c2} = \frac{10 - 6}{4} = 1 \Rightarrow b_c = 4$

b) $25 = 18 + a_c^2 + b_c^2$
 $a_c^2 + b_c^2 = 7$
 $a_c^2 + (5 - a_c)^2 = 7$
 $2a_c^2 - 10a_c + 18 = 0$
 $D = 100 - 144 < 0$
 nem risinājumu (ne eksistē šāds trijstūris)

Atbūt: trijstūris ar augstumu 2 cm eksistē!

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!



$$KC = 2.5 - 1.5 = 1$$

$$AK^2 = AO^2 - OK^2$$

$$OK^2 = 6.25 - 4 = 2.25$$

$$OK = 1.5$$

$$KC = 2.5 - 1.5 = 1; AC^2 = 4 + 1 = 5; AC = \sqrt{5}$$

$$BK = 4 + 1.5 = 5.5; 5 - 1 = 4$$

$$BA^2 = 4^2 + 2^2 = 20; BA = 2\sqrt{5}$$

Pārbaude; $BA^2 + AC^2 = BC^2; 20 + 5 = 25$

$\Rightarrow$ trijstūris eksistē

a): trijstūris eksistē, tā malas ir $\sqrt{5}, 2\sqrt{5}$ un 5

b) trijstūris neeksistē, jo apskatot zīmējumu var secināt ka trijstūrē AKO , AO ir hipotenūza, jo AK augstums, bet AK ir katete. tā kā O, A ir arī rādīss un ir 2.5 (cm), bet $AK=3$ var izdarīt secinājumu ka tāds trijstūris neeksistē, jo katete nerar būt garāka par hipotenūzu.

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!

a) $S_{\Delta} = \frac{2 \cdot 5}{2} = 5 \text{ cm}^2$

$AC = x$
 $AB = \sqrt{25 - x^2}$
 $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$

$R = \frac{1}{2} BC$ (taisnleņķa trijstūris)

$S_{\Delta} = \frac{\sqrt{25 - x^2} \cdot x \cdot 5}{10} = 5 \quad | \cdot 10$

$\sqrt{25 - x^2} \cdot x \cdot 5 = 50 \Rightarrow \sqrt{25 - x^2} \cdot x = 10 \quad | \text{kvadr. abpusē}$

$(25 - x^2) x^2 = 100 \Rightarrow 25x^2 - x^4 - 100 = 0 \quad | \cdot (-1)$

$x^4 - 25x^2 + 100 = 0 \quad \text{apm. } x^2 = t$

$t^2 - 25t + 100 = 0 \quad t_1 = 20 \quad t_2 = 5$

$x_1 = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
 $x_2 = -\sqrt{5}$ (neņemam)

$x_1 = \sqrt{5}$
 $x_2 = -\sqrt{5}$ (neņemam)

Ja $x = 2\sqrt{5}$, tad $AC = 2\sqrt{5}$
 $AB = \sqrt{25 - 20} = \sqrt{5}$

$AC + AB < BC$
 $2\sqrt{5} + \sqrt{5} < 5$ (Nepareizi, tāpēc $AM \neq 2 \text{ cm}$)

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!

$$a) \left\{ \begin{aligned} \frac{2}{\sin \alpha} \cdot \frac{2}{\sin \beta} \cdot \frac{1}{2} &= \frac{5 \cdot 2}{2} (=S_{ABC}) \\ 5^2 - \left(\frac{2}{\sin \alpha}\right)^2 &= \left(\frac{2}{\sin \beta}\right)^2 \end{aligned} \right.$$

$$\frac{2}{\sin \alpha} = \frac{\sin \beta \cdot 2 \cdot 5}{2} = \sin \alpha = \frac{2}{\sin \beta \cdot 5}$$

$$5^2 - \left(\frac{2}{\sin \beta \cdot 5}\right)^2 = \left(\frac{2}{\sin \beta}\right)^2 \Rightarrow 25 - \frac{4}{25 \sin^2 \beta} = \frac{4}{\sin^2 \beta}$$

$$\frac{625 \sin^2 \beta - 4 - 100}{25 \sin^2 \beta} = 0$$

$$DA: 25 \sin^2 \beta \neq 0 \Rightarrow \sin^2 \beta \neq 0 \Rightarrow \beta \neq \pi k$$

$$625 \sin^2 \beta - 104 = 0$$

$$D = 0 + 4 \cdot 625 \cdot 104 = 416 \cdot 625$$

$$\sin \beta_1 + \sin \beta_2 = 0$$

$$\sin \beta_1 \cdot \sin \beta_2 = \frac{104}{625} = -\frac{26}{175}$$

Atbēst: ja, iespējams.

$$b) \left\{ \begin{aligned} \frac{3}{\sin \alpha} \cdot \frac{3}{\sin \beta} \cdot \frac{1}{2} &= 5 \\ 5^2 - \left(\frac{3}{\sin \alpha}\right)^2 &= \left(\frac{3}{\sin \beta}\right)^2 \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{3}{\sin \alpha} = \frac{10 \sin \beta}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{10 \sin \beta}{9}$$

$$5^2 - \frac{81}{100 \sin^2 \beta} = \frac{9}{\sin^2 \beta} \Rightarrow 2500 \sin^2 \beta - 81 - 900 \sin^2 \beta = 0$$

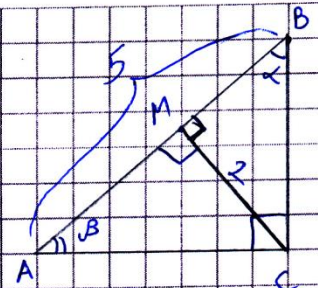
$$\sin \beta_1 + \sin \beta_2 = 0$$

$$\sin \beta_1 \cdot \sin \beta_2 = \frac{81}{2500}$$

$$\sin \beta_1 = \frac{0 - \sqrt{81 \cdot 100}}{2 \cdot 2500} = \frac{-\sqrt{8100}}{5000} = \frac{-10 \sqrt{81}}{500} = \frac{-\sqrt{81}}{50} = \text{skaitlis, kas mazāks par } 1$$

$$\sin \beta_2 = \frac{10 \sqrt{81}}{500} = \frac{\sqrt{81}}{50} = \text{skaitlis, kas mazāks par } 1$$

$\Rightarrow$ Atbēst: ja, iespējams.



$$\begin{array}{r} 2 \\ 25 \\ \hline 25 \\ 125 \\ \hline 50 \\ 625 \end{array}$$

skaitlis, kas mazāks par 1

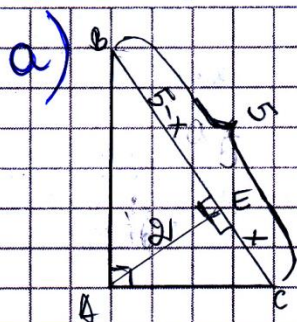
$$\sin \beta_1 = \frac{0 - \sqrt{416 \cdot 625}}{2 \cdot 625} = \frac{-25 \sqrt{416}}{1250} = \frac{-\sqrt{416}}{50}$$

$$\sin \beta_2 = \frac{26}{175} \quad \sin \beta_2 = \frac{\sqrt{81}}{50}$$

skaitlis, kas mazāks par 1

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!



$\triangle AEC (\angle E = 90^\circ)$

$$AC^2 = AE^2 + EC^2$$

$$AC^2 = 4 + x^2$$

$$AC = \sqrt{4 + x^2}$$

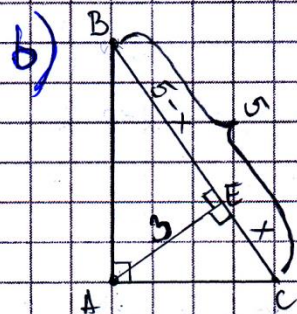
$$AC^2 = EC \cdot BC \quad (\text{taisnleņķa trijstūra īpašība } b^2 = b_c \cdot c)$$

$$(\sqrt{4+x^2})^2 = x \cdot 5$$

$$4 + x^2 = 5x$$

$$4 - x^2 \neq 5x$$

~~Atb.~~



$\triangle AEC (\angle E = 90^\circ)$

$$AC^2 = AE^2 + EC^2$$

$$AC^2 = 9 + x^2$$

$$AC = \sqrt{9 + x^2}$$

$$AC^2 = EC \cdot BC \quad (\text{taisnleņķa trijstūra īpašība } b^2 = b_c \cdot c)$$

$$(\sqrt{9+x^2})^2 = x \cdot 5$$

$$9 + x^2 = 5x$$

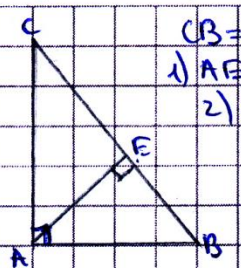
$$9 + x^2 \neq 5x$$

Atb: Šādi trijstūri nav iespējami, jo tajos neizpildās īpašība: $b^2 = b_c \cdot c$

Malas kvadrāts vienāds ar malas projekcijas un hipotenūzas reizinājumu.

1. uzdevums (5 punkti).

Vai eksistē taisnleņķa trijstūris, kura hipotenūzas garums ir 5 cm, bet garums augstumam, kas novilkts pret hipotenūzu, ir a) 2 cm, b) 3 cm? Ja trijstūris eksistē, uzzīmē to un pamato tā atbilstību dotajiem nosacījumiem! Ja trijstūris neeksistē, pamato to!



$CB = 5 \text{ cm}$
 1) $AE = 2 \text{ cm}$
 2) $AE = 3 \text{ cm}$

$AC + AB > CB$
 $AE + EB > BA$

$AB > BC - AC$
 $AB < 2 + EB$

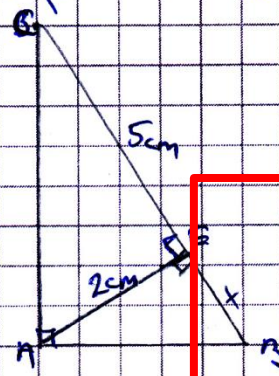
$AB > BC - AC$
 $AB < 3 + EB$

Trijstūris nevar eksistēt, ja $AE = 3 \text{ cm}$

~~$CB > AB + AC$~~ , kur $AB > AE + EB$
 $CB - EB > AE + AC$ $5 - EB > 3 + AC$
 $2 - EB > AC$

Maksimālā katēnu summa sanāk, kad AE ir hipotenūzas viduslīnija, tad ar to neeksistē trijstūris.

Trijstūris eksistē, ja $AE = 2 \text{ cm}$



x -tik gara mala EB
 $(5-x)^2 + 2^2 = AC^2$

$25 - 10x + x^2 + 4 = AC^2$
 $x^2 - 10x + 29 = AC^2$
 Tā kā x ir pozitīvs skaits, tad
 AE AC sanāk pozitīvs skaits pie
 jebkurai x vērtībai un $\triangle AEC$ eksistē,
 tad arī $\triangle EBA$ eksistē.

Secinājumi no skolēnu snieguma analīzes

3.daļas 1.uzdevumā.

- Liela daļa skolēnu nemaz nesāk risināt.
- Ģeometriskā satura pētniecība/eksperiments skolēniem sagādā lielākas grūtības salīdzinot ar algebrisku saturu.
- Skolēni izteikti biežāk izmanto zināšanas par sakarībām taisnleņķa trijstūrī pretstatā zināšanām par apvilktu trijstūri.
- Liela daļa skolēnu ar zemu matemātisko spēju līmeni no dotā secināja, ka katešu garumi var būt tikai 3 cm un 4 cm.
- Daļa skolēnu sašaurināja uzdevuma saturu, piemēram, apskatīja tikai vienādsānu trijstūrus.